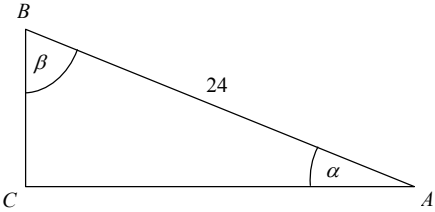


**ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA – ZESTAW NR 2
 POZIOM PODSTAWOWY**

Nr zadania	Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów	Uwagi
1	1.1	Podanie dziedziny funkcji f : $\langle -6, 8 \rangle$.	1	
	1.2	Podanie wszystkich miejsc zerowych funkcji f : $x = -2, x = 3, x = 6$.	1	
	1.3	Podanie wartości funkcji f dla argumentu $x = 5$: $f(5) = -1$.	1	
	1.4	Podanie zbioru wartości funkcji f : $\langle -2, 6 \rangle$.	1	
	1.5	Podanie przedziału o długości 3, w którym funkcja f jest rosnąca: $\langle 5, 8 \rangle$.	1	
	1.6	Zapisanie zbioru wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości ujemne: $x \in (-2, 3) \cup (3, 6)$.	1	
2	2.1	Zapisanie, że pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji f jest równa 2 i należy do przedziału $\langle 0, 5 \rangle$.	1	Przynajemy punkt, gdy zdający zapisze $x_w = 2$.
	2.2	Obliczenie najmniejszej wartości funkcji f w przedziale $\langle 0, 5 \rangle$: $f(2) = 0$.	1	
	2.3	Obliczenie największej wartości funkcji f w przedziale $\langle 0, 5 \rangle$: $f(5) = 9$.	1	
	2.4	Przekształcenie lewej strony nierówności do postaci iloczynowej $(2 - x) \cdot (1 - x) \geq 0$ i podanie miejsc zerowych: $x = 1$ lub $x = 2$, (albo wyznaczenie pierwiastków trójmianu $y = x^2 - 3x + 2$).	1	
	2.5	Zapisanie zbioru rozwiązań nierówności: $(-\infty, 1) \cup \langle 2, \infty)$.	1	
3	3.1	Zapisanie układu równań wynikających z treści zadania: $\begin{cases} x + y = \sqrt{7} \\ x - y = \sqrt{3} \end{cases}$.	1	
	3.2	Rozwiązanie układu równań: $x = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{2}$ i $y = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{2}$.	2	
	3.3	Obliczenie iloczynu szukanych liczb: $x \cdot y = 1$.	1	

	3.1	II sposób rozwiązania: Zapisanie układu równań wynikających z treści zadania: $\begin{cases} x + y = \sqrt{7} \\ x - y = \sqrt{3} \end{cases}$.	1	
	3.2	Podniesienie stron każdego z równań do kwadratu i zapisanie układu: $\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 7 \\ x^2 - 2xy + y^2 = 3 \end{cases}$.	2	
	3.3	Obliczenie iloczynu szukanych liczb: $x \cdot y = 1$.	1	
4	4.1	Zapisanie równania prostej AB : $2x - 3y + 2 = 0$.	1	
	4.2	Obliczenie odległości punktu C od prostej AB : $\frac{12}{13}\sqrt{13}$.	1	
	4.3	Zapisanie warunku, przy którym punkt D leży na prostej AB : $2(-1) - 3m + 2 = 0$ stąd $m = 0$.	1	
	4.4	Stwierdzenie i zapisanie, że dla $m \neq 0$ punkty A , B i D są wierzchołkami trójkąta.	1	
5	5.1	Wykorzystanie definicji pierwiastka wielomianu i zapisanie warunku: $2 \cdot 1^3 - 3 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + d = 0$.	1	Wystarczy jeśli zdający zapisze $Q(1) = 0$.
	5.2	Obliczenie wartości współczynnika d , gdy liczba 1 jest pierwiastkiem wielomianu: $d = 4$.	1	
	5.3	Zapisanie wielomianu Q dla $d = 2$ w postaci sumy iloczynów, z których będzie wynikał wspólny czynnik: $Q(x) = 2(x^3 + 1) - 3x(x + 1)$.	1	
	5.4	Zastosowanie wzoru skróconego mnożenia na sumę sześciątów i zapisanie wielomianu Q w postaci: $Q(x) = 2(x + 1)(x^2 - x + 1) - 3x(x + 1)$.	1	
	5.5	Zapisanie wielomianu Q w postaci iloczynu dwóch wielomianów: $Q(x) = (x + 1)(2x^2 - 5x + 2)$.	1	
	5.6	Zapisanie wielomianu Q w postaci iloczynu trzech wielomianów stopnia pierwszego: $Q(x) = (x + 1)(2x - 1)(x - 2)$ lub $Q(x) = 2(x + 1)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2)$.	1	

6	6.1	Wykorzystanie wzoru na różnice kwadratów i zapisanie lewej strony nierówności w postaci: $\frac{(2^{16} - 32)(2^{16} + 32)}{2^{16} + 32} \cdot x$.	1	
	6.2	Włączenie przed nawias wspólnego czynnika 2^5 i zapisanie prawej strony nierówności w postaci: $2^5(2^5 - 2^{16}) = -2^5(2^{16} - 2^5)$.	1	
	6.3	Rozwiązanie nierówności: $x > -32$.	1	
	6.4	Zapisanie najmniejszej liczby całkowitej spełniającej daną nierówność: (-31) .	1	
7	7.1	I sposób rozwiązania: Obliczenie przybliżonej wartości kąta α : $\alpha \approx 41^\circ$.	1	
	7.2	Obliczenie przybliżonej wartości kąta: $\beta \approx 53^\circ$.	1	
	7.3	Oszacowanie sumy kątów α i β : $\alpha + \beta > 90^\circ$.	1	Wystarczy obliczenie przybliżonej wartości sumy tych kątów.
	7.4	Stwierdzenie sprzeczności oraz zapisanie wniosku: trójkąt nie jest prostokątny.	1	
	7.1	II sposób rozwiązania: Obliczenie $\sin \beta$ (na podstawie równości $\sin \beta = \cos \alpha$): $\sin \beta = \frac{3}{4}$.	1	
	7.2	Obliczenie $\cos \beta$: $\cos \beta = \frac{\sqrt{7}}{4}$.	1	
	7.3	Obliczenie $\operatorname{tg} \beta$: $\operatorname{tg} \beta = \frac{3\sqrt{7}}{7}$.	1	
	7.4	Porównanie uzyskanego wyniku z wartością funkcji $\operatorname{tg} \beta$ daną w zadaniu i stwierdzenie sprzeczności oraz zapisanie wniosku: trójkąt nie jest prostokątny.	1	

	<p>III sposób rozwiązania:</p>  <p>7.1</p> <p>Wykorzystanie definicji funkcji cosinus i obliczenie długości przyprostokątnej</p> $AC : \frac{ AC }{ AB } = \cos \alpha \text{ stąd } AC = 18.$	1	
	<p>7.2</p> <p>Wykorzystanie definicji funkcji tangens i obliczenie długości przyprostokątnej</p> $BC : \frac{ AC }{ BC } = \operatorname{tg} \beta \text{ stąd } BC = \frac{27}{2}.$	1	
	<p>7.3</p> <p>Obliczenie sumy kwadratów przyprostokątnych i kwadratu przeciwprostokątnej: $AC ^2 + BC ^2 = (18)^2 + \left(\frac{27}{2}\right)^2 = 506\frac{1}{4}$, $AB ^2 = 576$.</p>	1	
	<p>7.4</p> <p>Uzyskanie sprzeczności $AC ^2 + BC ^2 \neq AB ^2$ i zapisanie wniosku: trójkąt nie jest prostokątny.</p>	1	
	<p>IV sposób rozwiązania:</p> <p>7.1</p> <p>Wykorzystanie definicji funkcji cosinus i obliczenie długości przyprostokątnej</p> $AC : \frac{ AC }{ AB } = \cos \alpha \text{ stąd } AC = 18.$	1	
	<p>7.2</p> <p>Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa i obliczenie długości przyprostokątnej</p> $BC : BC = 6\sqrt{7}.$	1	
	<p>7.3</p> <p>Wykorzystanie funkcji tangens i obliczenie tangensa kąta β: $\operatorname{tg} \beta = \frac{3}{\sqrt{7}}$.</p>	1	
	<p>7.4</p> <p>Uzyskanie sprzeczności: $\operatorname{tg} \beta = \frac{3}{\sqrt{7}}$ i z warunków zadania $\operatorname{tg} \beta = \frac{4}{3}$.</p>	1	

8	8.1	Zapisanie równania: $\frac{1}{4}(3n+1) = 37\frac{3}{4}$.	1	
	8.2	Rozwiązanie równania: $n = 50$.	1	
	8.3	Zauważenie, że wartości wyrazów $a_1, a_5, a_9, a_{13}, a_{17}, a_{21}, a_{25}, \dots$ są liczbami całkowitymi tworzącymi ciąg arytmetyczny lub obliczenie pierwszego wyrazu ciągu $a_1 = 1$ i zapisanie, że kolejny składnik szukanej sumy jest większy od poprzedniego o 3.	1	Wystarczy, że zdający zapisze sumę $1 + 4 + 7 + 10 + \dots$ bez jej ostatniego składnika. Obliczenie różnicy ciągu nie jest konieczne.
	8.4	Obliczenie ostatniego składnika szukanej sumy: $a_{49} = 37$.	1	
	8.5	Obliczenie liczby wyrazów ciągu, które są liczbami całkowitymi: 13.	1	
	8.6	Obliczenie sumy : $S_{13} = \frac{a_1 + a_{49}}{2} \cdot 13 = \frac{1+37}{2} \cdot 13 = 247$.	1	Jeżeli zdający od razu zapisze $\frac{1+37}{2} \cdot 13$, to otrzymuje punkty w czynnościach 8.3, 8.4 i 8.5.
9	9.1	Wprowadzenie oznaczeń, np.: r – promień podstawy stożka, h – wysokość stożka, l – tworzącą stożka i zapisanie, że $l = 3$ oraz przedstawienie metody obliczenia długości promienia podstawy stożka, np. <ul style="list-style-type: none"> porównanie długości łuku, równego trzeciej części łuku okręgu o promieniu l i obwodu koła w podstawie stożka o promieniu r: $\frac{1}{3} \cdot 2\pi l = 2\pi r$ lub porównanie pola trzeciej części pola koła o promieniu l i pola powierzchni bocznej stożka $\frac{1}{3}\pi l^2 = \pi r l$. 	1	
	9.2	Wyznaczenie promienia podstawy stożka: $r = 1$.	1	
	9.3	Obliczenie wysokości stożka: $h = 2\sqrt{2}$.	1	

	9.4	Obliczenie objętości stożka: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1^2 \cdot 2\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \pi$.	1	
10	10.1	Wprowadzenie oznaczeń, np.: a, b – długości boków równoległoboku i wykorzystanie zależności $\frac{h_1}{h_2} = \frac{3}{5}$ do zapisania proporcji zachodzącej między bokami a oraz b równoległoboku: $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$.	1	
	10.2	Wyznaczenie długości jednego z boków równoległoboku, np.: $b = \frac{5}{3}a$.	1	
	10.3	Zapisanie obwodu równoległoboku w zależności od długości jednego z boków, np.: $2a + 2 \cdot \frac{5}{3}a = 144$.	1	
	10.4	Wyznaczenie długości boków równoległoboku: $a = 27, b = \frac{5}{3} \cdot 27 = 45$.	1	
	10.1	II sposób rozwiązania: Wprowadzenie oznaczeń, np.: a, b - długości boków równoległoboku i zapisanie pola równoległoboku na dwa sposoby: $a \cdot h_1 = b \cdot h_2$.	1	Nie oceniamy, czy zdający analizuje zależność między długościami boków równoległoboku.
	10.2	Obliczenie stosunku długości boków równoległoboku: $\frac{b}{a} = \frac{3}{5}$.	1	
	10.3	Zapisanie układu równań z niewiadomymi a i b , np.: $\begin{cases} a + b = 72 \\ \frac{b}{a} = \frac{3}{5} \end{cases}$.	1	
	10.4	Rozwiązanie układu równań i zapisanie długości boków równoległoboku: $a = 45, b = 27$.	1	

11	11.1	Zapisanie, że w danym doświadczeniu jest 35 zdarzeń elementarnych.	1	
	11.2	Zapisanie, że 7 zdarzeń elementarnych sprzyja zdarzeniu A – suma wylosowanych liczb jest podzielna przez 5.	1	
	11.3	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A : $P(A) = \frac{7}{35} = \frac{1}{5}$.	1	
	11.1	<p>II sposób rozwiązania: (metoda drzewa) Narysowanie drzewa: np.</p>	1	Zdający, analizując drugi etap losowania, może uwzględnić tylko istotnie potrzebne gałęzie.
	11.2	Zapisanie prawdopodobieństwa szukanego zdarzenia, jako sumy odpowiednich iloczynów: $P(A) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7}$	1	
	11.3	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A : $P(A) = \frac{1}{5}$.	1	